ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ И ОГРАНИЧЕНИЙ ВО ВРЕМЯ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Яковенко П.Г.
Томский политехнический университет
PGJ75@YANDEX.RU

$$
\begin{cases}
\dfrac{dX1(t)}{dt} = X2(t) \\
\dfrac{dX2(t)}{dt} = X3(t) \\
\dfrac{dX3(t)}{dt} = U(t)
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{\Delta X1}{\Delta t} = X2 \\
\dfrac{\Delta X2}{\Delta t} = X3 \\
\dfrac{\Delta X3}{\Delta t} = U,
\end{cases}
$$

где $\Delta X1$, $\Delta X2$, $\Delta X3$ – приращения координат системы за шаг интегрирования Δt.
Задача заключается в определении управления $U(t)$ *в виде последовательности значений* U_0, U_1, ... U_C, обеспечивающих перевод объекта в заданное состояние за минимальное время T.

$$|U| \leq U_m$$

$$X1 \leq X'1_{зад}$$

.

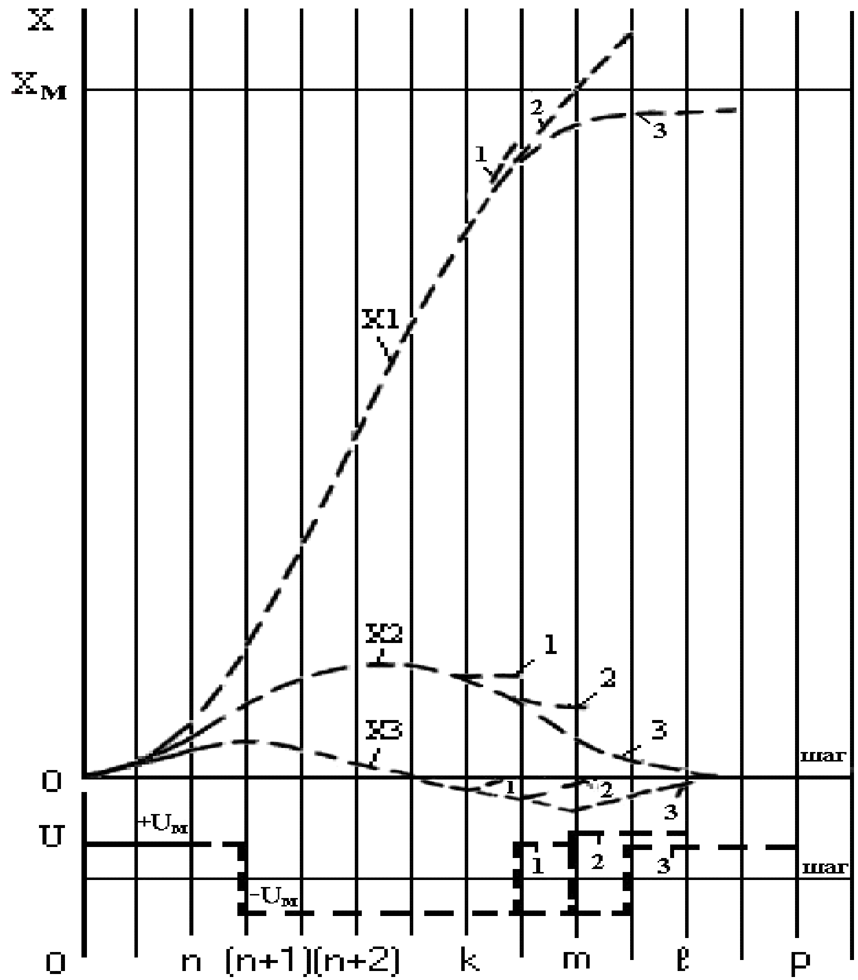
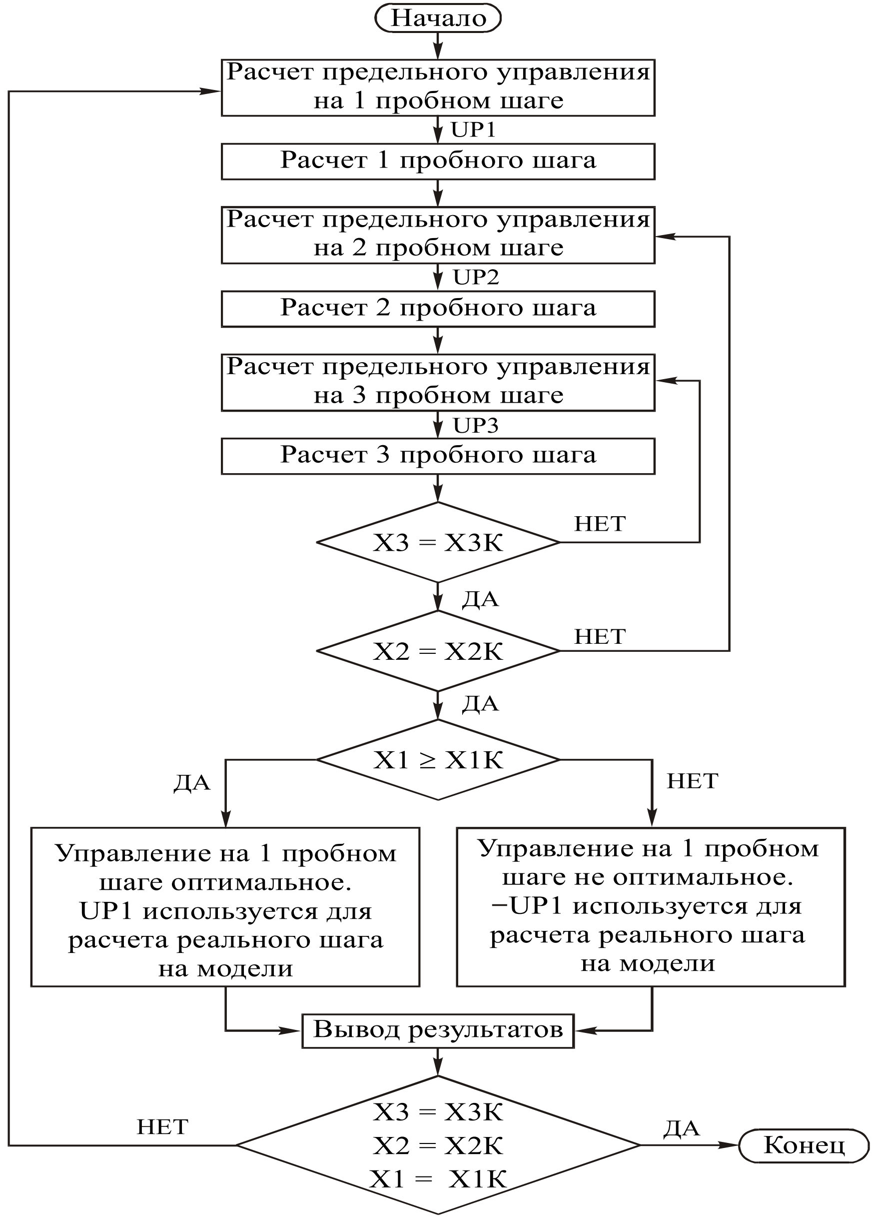


Рисунок 1.1. Последовательный многошаговый синтез оптимального управления.



Блок-схема алгоритма синтеза оптимального управления системой третьего порядка

$$
\begin{cases}
\dfrac{dX1(t)}{dt} = X2(t) \\
\dfrac{dX2(t)}{dt} = X3(t) + F \\
\dfrac{dX3(t)}{dt} = U(t)
\end{cases}
$$

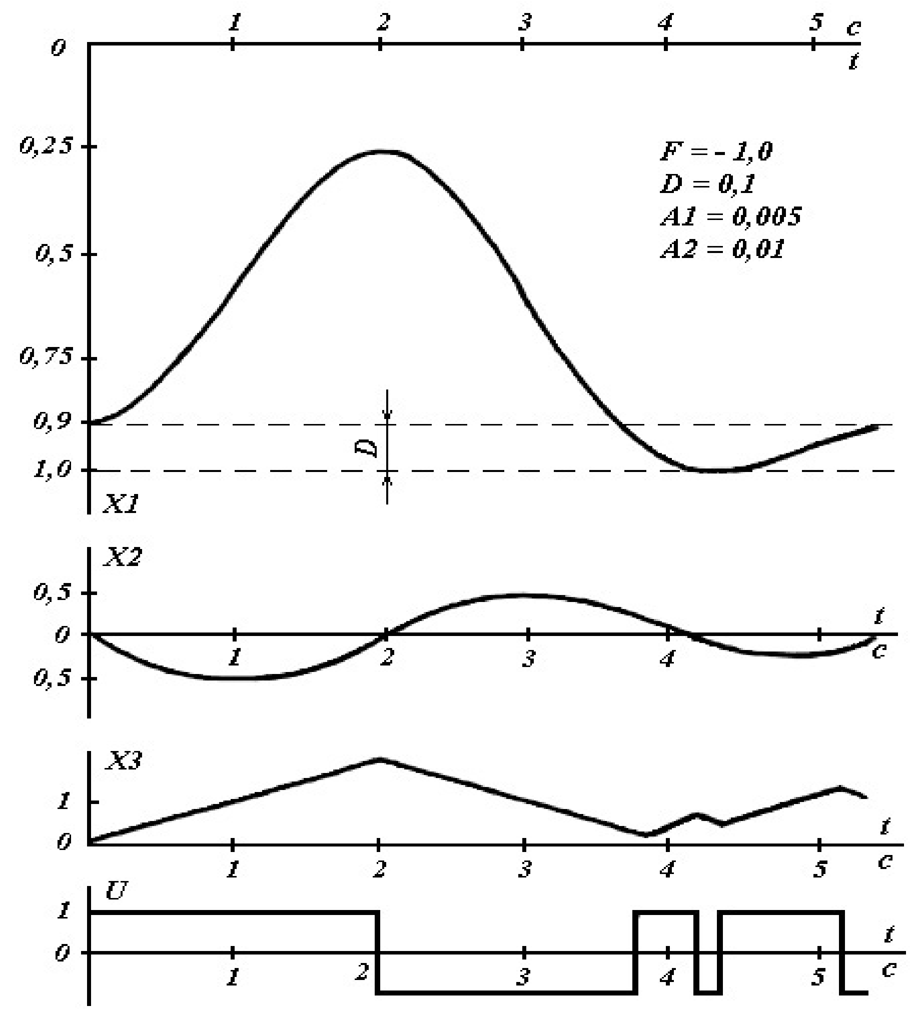


Рисунок 4.6. Оптимальное управление системой третьего порядка.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ И ОГРАНИЧЕНИЙ

ВО ВРЕМЯ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

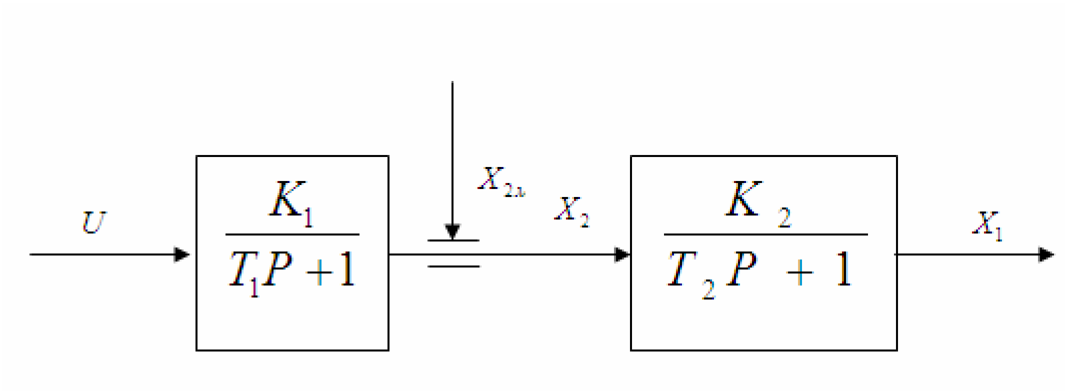


Рис. 1

$$K_1 \cdot U = T_1 \cdot \frac{dX_2}{dt} + X_2 \quad (1)$$

, $$K_2 \cdot X_2 = T_2 \cdot \frac{dX_1}{dt} + X_1 \quad (2)$$

Максимальные значения управляющего воздействия U и выходной координаты первого элемента X не должны превышать соответственно значений $U_м$ и $X_{2м}$. Ограничения, задание по координате X_{z1}, параметры инерционной системы K и T_1, K_2 и T_2 могут изменяться в момент времени $T_з$ в течение переходного процесса.

Определим оптимальное управление $U(t)$, обеспечивающее минимальное время перевода системы из исходного состояния с реальными координатами X_{1i} и X_{2i} в заданное состояние с координатами $X_1 = X_{z1}$ и $X_2 = X_{z1}/K_2$ с учетом ограничений $U_м$ и $X_{2м}$.

$$\begin{aligned} T_1 \cdot \frac{\Delta X_2}{\Delta t} &= K_1 \cdot U - X_2, \\ T_2 \cdot \frac{\Delta X_1}{\Delta t} &= K_2 \cdot X_2 - X_1, \end{aligned} \qquad (3)$$

Определение управления на очередном шаге предполагает расчет требуемого приращения выходной координаты второго элемента ΔX_{1p1}

$$\Delta X_{1p1} = X_{z1} - X_{1i} \tag{5}$$

По разностному уравнению определяется значение выходной координаты первого элемента , способное обеспечить такое приращение ΔX_{1p1}

$$X_{2p1} = (T_2 \cdot \frac{\Delta X_{1p1}}{\Delta t} + X_{1i}) \cdot \frac{1}{K_2} \tag{6}$$

Полученное значение выходной координаты первого элемента X_{2p1} при необходимости ограничивается значением $X_{2\text{м}}$ с соответствующим знаком.

Затем вычисляется требуемое приращение выходной координаты первого элемента ΔX_{2p1} на шаге

$$\Delta X_{2p1} = X_{2p1} - X_{2i} \tag{7}$$

По разностному уравнению определяется управление на первом пробном шаге U_{p1} , способное обеспечить такое приращение ΔX_{2p1} на шаге

$$U_{p1} = (T_1 \cdot \frac{\Delta X_{2p1}}{\Delta t} + X_{2i}) \cdot \frac{1}{K_1} \tag{8}$$

Полученное значение управления U_{p1} при необходимости ограничивается значением $U_{м}$ с соответствующим знаком. Чтобы обеспечить соблюдение ограничения по координате X_1 выполняется расчет первого пробного шага.

$$\Delta X_{2p1} = (K_1 \cdot U_{p1} - X_{2i}) \cdot \frac{\Delta t}{T_1} \quad (9)$$

$$X_{2p1} = X_{2i} + \Delta X_{p1} \quad (10)$$

$$\Delta X_{1p1} = (K_2 \cdot X_{2p1} - X_{1i}) \cdot \frac{\Delta t}{T_2} \quad (11)$$

$$X_{1p1} = X_{1i} + \Delta X_{1p1} \quad (12)$$

Полученные значения координат позволяют задать начальные условия для второго пробного шага при переводе системы в равновесное состояние

$$X_{1p2} = X_{1p1} \quad (13)$$

$$X_{2p2} = X_{2p1} \quad (14)$$

Расчет управления для второго пробного шага начинается с определения по разностному уравнению требуемого приращения выходной координаты первого элемента ΔX_{2p2}

$$\Delta X_{2p2} = (X_{1p2} - K_2 \cdot X_{2p2}) \cdot \frac{1}{K_2} \quad (15)$$

Если модуль суммы значений X_{2p2} и ΔX_{2p2} не превышает $X_{2м}$, то значение ΔX_{2p2} остается неизменным. В противном случае определяется величина $\Delta\Delta$ превышения этой суммой значения $X_{2м}$

$$\Delta\Delta = \left|X_{2p2} + \Delta X_{2p2}\right| - X_{2м} \tag{16}$$

Если сумма значений X_{2p2} и ΔX_{2p2} окажется больше нуля, то значение ΔX_{2p2} определяется по выражению

$$\Delta X_{2p2} = \Delta X_{2p2} - \Delta\Delta \tag{17}$$

В противном случае значение ΔX_{2p2} определяется по выражению

$$\Delta X_{2p2} = \Delta X_{2p2} + \Delta\Delta \tag{18}$$

По разностному уравнению определяется управление U_{p2} на втором пробном шаге, способное обеспечить такое приращение ΔX_{2p2} на шаге

$$U_{p2} = (T_1 \cdot \frac{\Delta X_{2p2}}{\Delta t} + X_{2p2}) \cdot \frac{1}{K_1} \tag{19}$$

Полученное значение управления U_{p2} при необходимости ограничивается значением $U_{м}$ с соответствующим знаком. С найденным управлением U_{p2} выполняется расчет второго пробного шага.

$$\Delta X_{2p2} = (K_1 \cdot U_{p2} - X_{2p2}) \cdot \frac{\Delta t}{T_1} \tag{20}$$

$$X_{2p2} = X_{2p2} + \Delta X_{2p2} \tag{21}$$

$$\Delta X_{1p2} = (K_2 \cdot X_{2p2} - X_{1p2}) \cdot \frac{\Delta t}{T_2} \tag{22}$$

$$X_{1p2} = X_{1p2} + \Delta X_{1p2} \tag{23}$$

Проводится проверка, находится система в равновесном состоянии или нет. Для этого оценивается значение ΔX_{1p2}. Если модуль ΔX_{1p2} окажется больше нуля, то выполняется расчет по ранее описанной методике (15) - (23) следующего второго пробного шага. Расчеты вторых пробных шагов по такому циклу каждый раз с новыми начальными условиями, полученными в результате выполнения предыдущего второго пробного шага, продолжаются до тех пор, пока модуль ΔX_{1p2} не станет равным нулю и система не будет переведена в равновесное состояние.

После этого контролируется выполнение ограничения по координате X_1. Если значение X_{1p2} превышает значение X_{z1}, то найденное на первом пробном шаге управление U_{p1} не является оптимальным для очередного шага. Следует вычислить приращение ΔX_2 по координате X_2 за шаг, исходя из условия нахождения системы в состоянии равновесия, и определить обеспечивающее его управление U, которое при необходимости ограничивается значением $U_м$ с соответствующим знаком

$$\Delta X_2 = \frac{\Delta X_{z1}}{K_2} - X_{2i} \qquad (24)$$

$$U = (T_1 \cdot \frac{\Delta X_2}{\Delta t} + X_{2i}) \cdot \frac{1}{K_1} \qquad (25)$$

Управление U считается оптимальным и используется в дальнейшем в качестве управляющего воздействия U_i при расчете реальных координат системы X_{1i} и X_{2i} на шаге.

Если после контроля выполнения ограничения по выходной координате X_1 значение X_{1p2} не превышает значение X_{z1}, то ранее найденное на первом пробном шаге управление U_{p1} считается оптимальным для очередного шага и используется в дальнейшем в качестве управляющего воздействия U_i при расчете реальных координат системы X_{1i} и X_{2i} на очередном шаге.

Выполняется расчет координат системы по выражениям (26) - (29) после выполнения реального шага.

$$\Delta X_{2i} = (K_1 \cdot U_i - X_{2i}) \cdot \frac{\Delta t}{T_1} \qquad (26)$$

$$X_{2i} = X_{2i} + \Delta X_{2i} \qquad (27)$$

$$\Delta X_{1i} = (K_2 \cdot X_{2i} - X_{1i}) \cdot \frac{\Delta t}{T_2} \qquad (28)$$

$$X_{1i} = X_{1i} + \Delta X_{1i} \qquad (29)$$

Затем происходит возврат в начало алгоритма для расчета оптимального управления по выражениям (5) - (25) на следующем шаге с начальными условиями, полученными в результате выполнения предыдущего реального шага. Таким способом последовательно составляется оптимальный по быстродействию закон с учетом принятых ограничений из управлений U_i, найденных во время переходного процесса для малых интервалов времени.

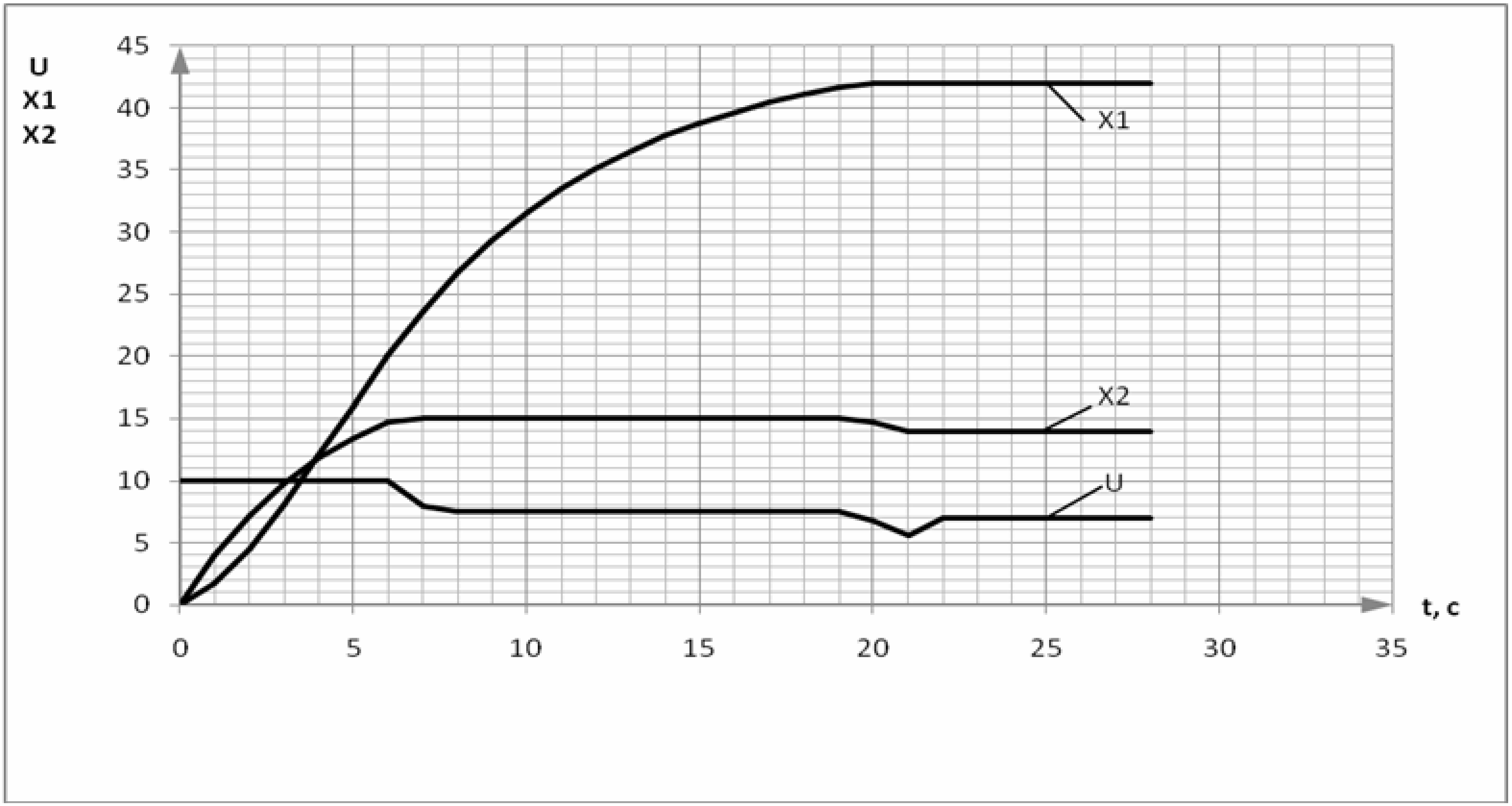


Рис. 2 DT=1; XZ1=42; UM=10; K1=2; K2=3; T1=5; T2=7; X2M=15

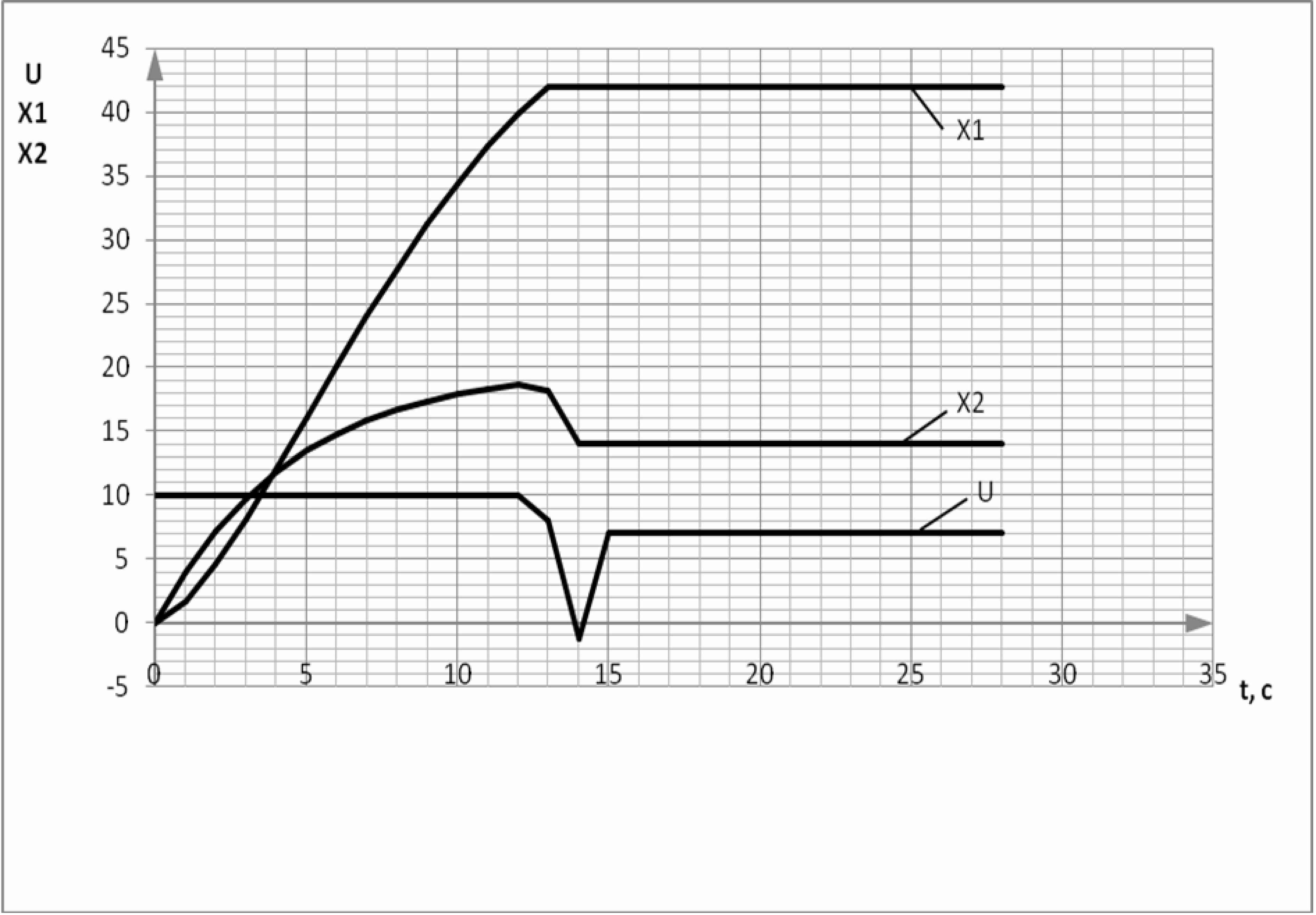


Рис. 3 DT=1; XZ1=42; UM=10; K1=2; K2=3; T1=5; T2=7; X2M=22

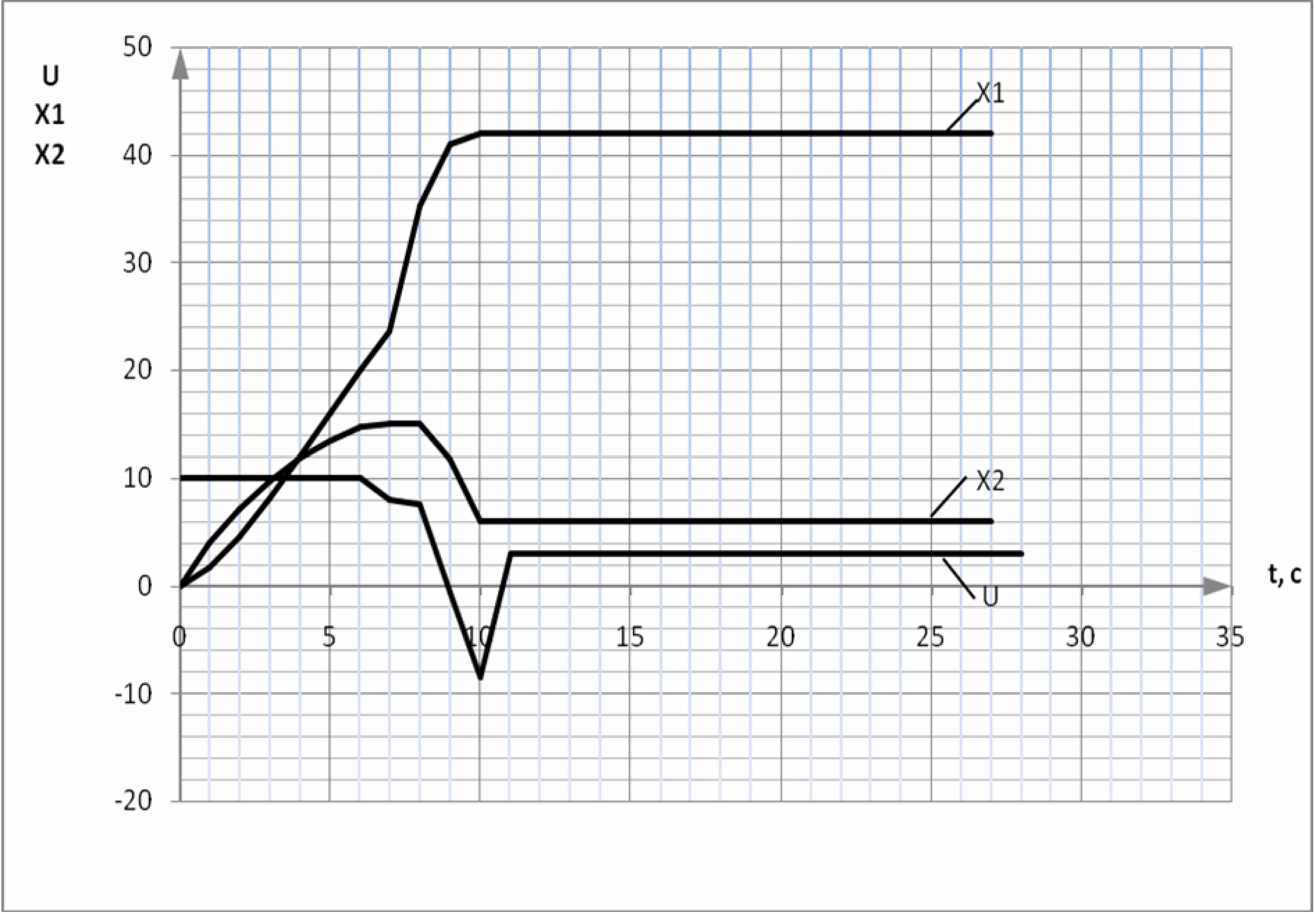


Рис. 4 TP=8; K21=7; DT=1; XZ1=42; UM=10; K1=2; K2=3;
T1=5; T2=7; X2M=15

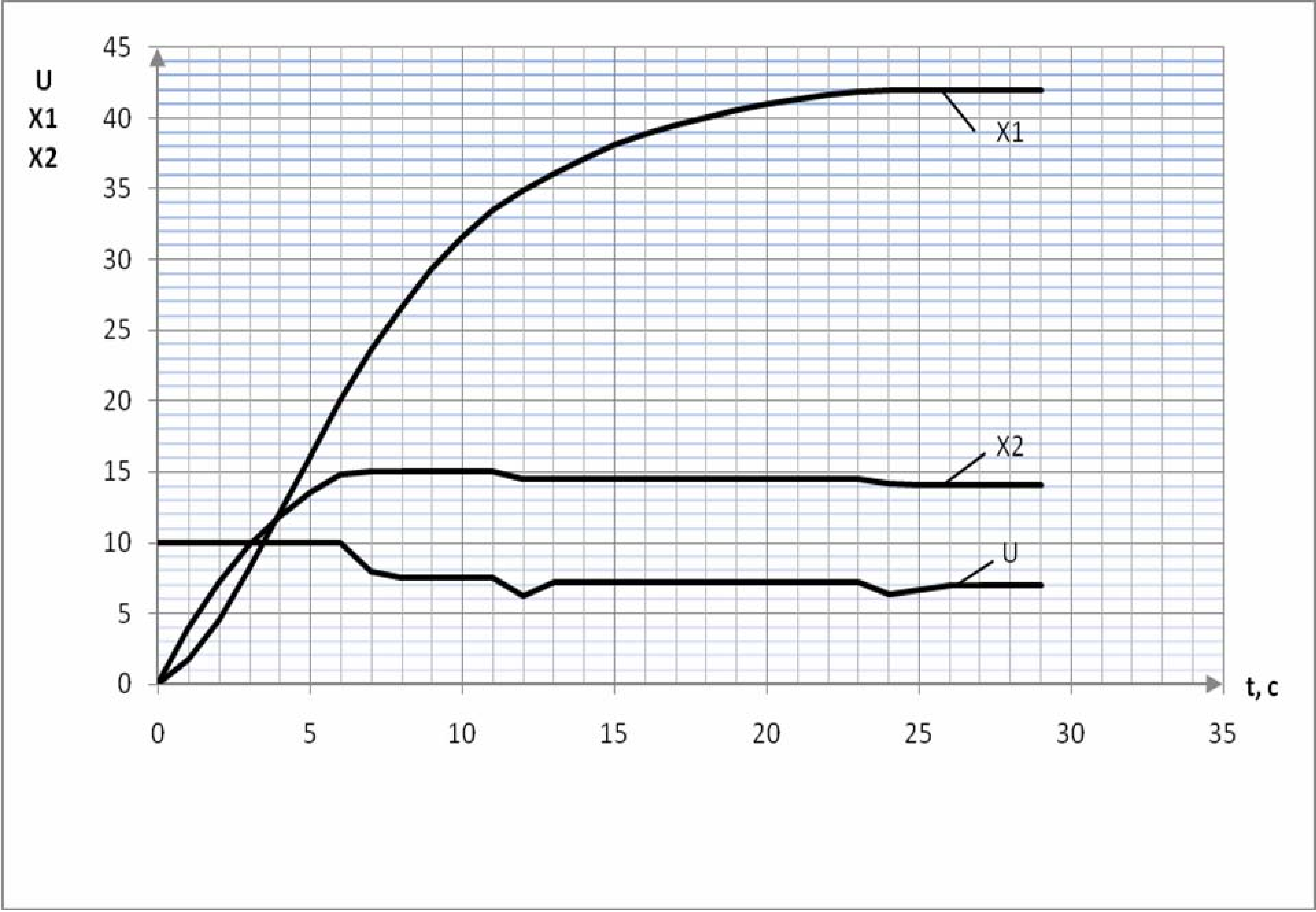


Рис. 5 TP=12; X2M1=14.5; DT=1; XZ1=41; UM=10; K1=2; K3=3; T1=5; T2=7; X2M=15

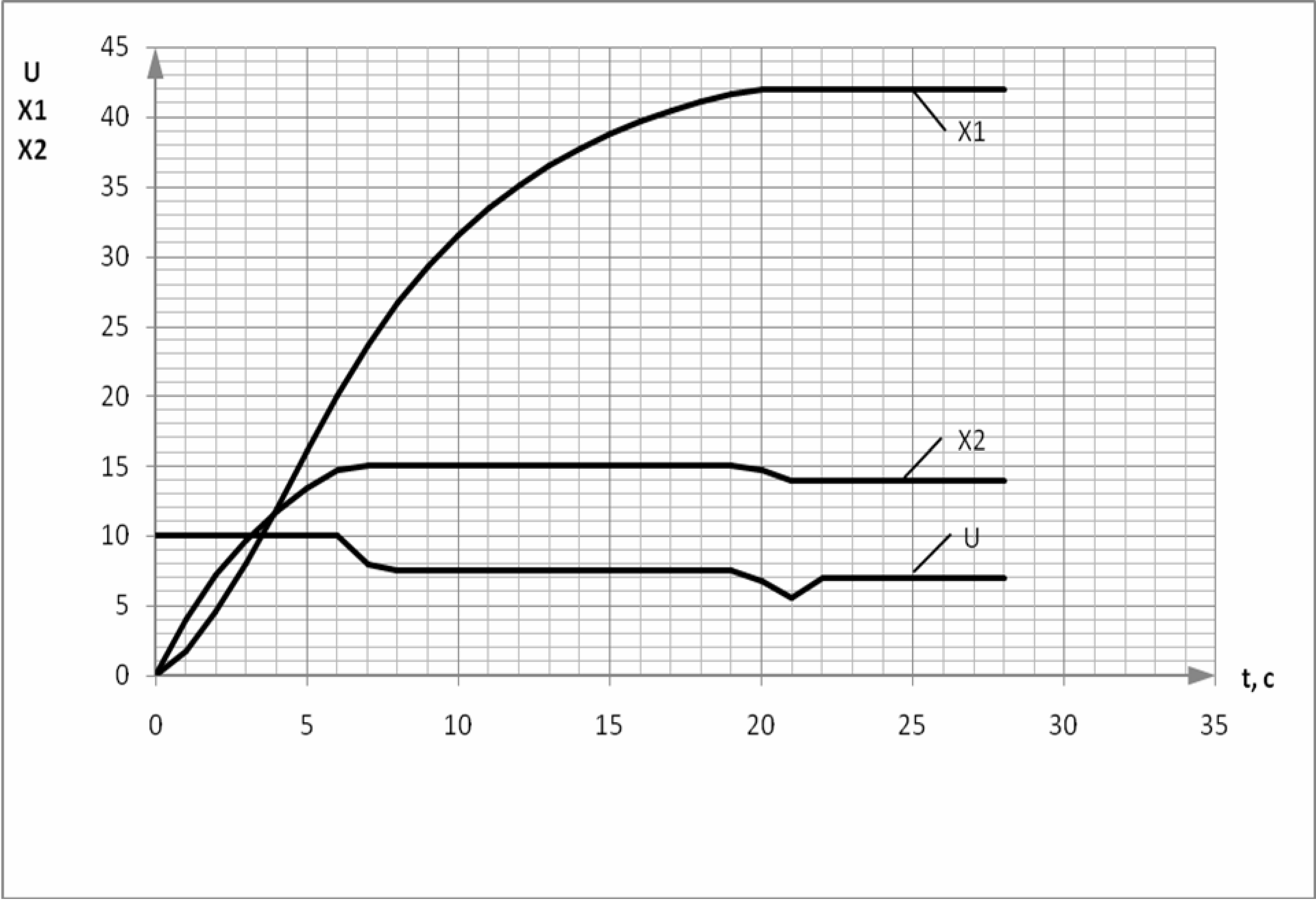


Рис. 6 TP=5; XZ11=42; DT=1; XZ1=15; UM=10; K1=2; K2=3; T1=5; T2=7; X2M=15

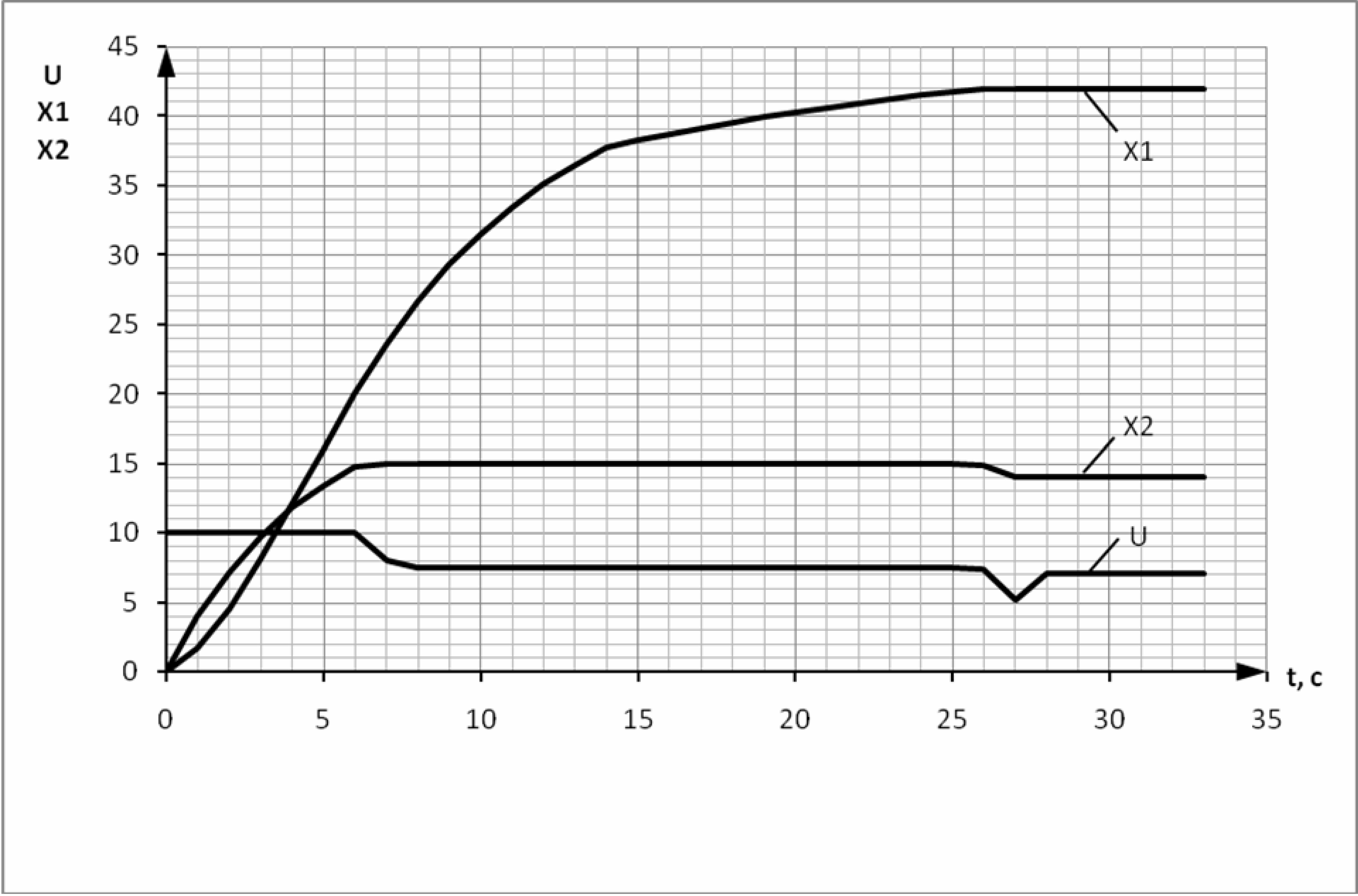


Рис. 7 TP=15; K21=14; DT=1; XZ1=42; UM=10; K1=2; K2=3; T1=5; T2=7; X2M=15

УПРАВЛЕНИЕ СЛЕДЯЩИМИ ЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ

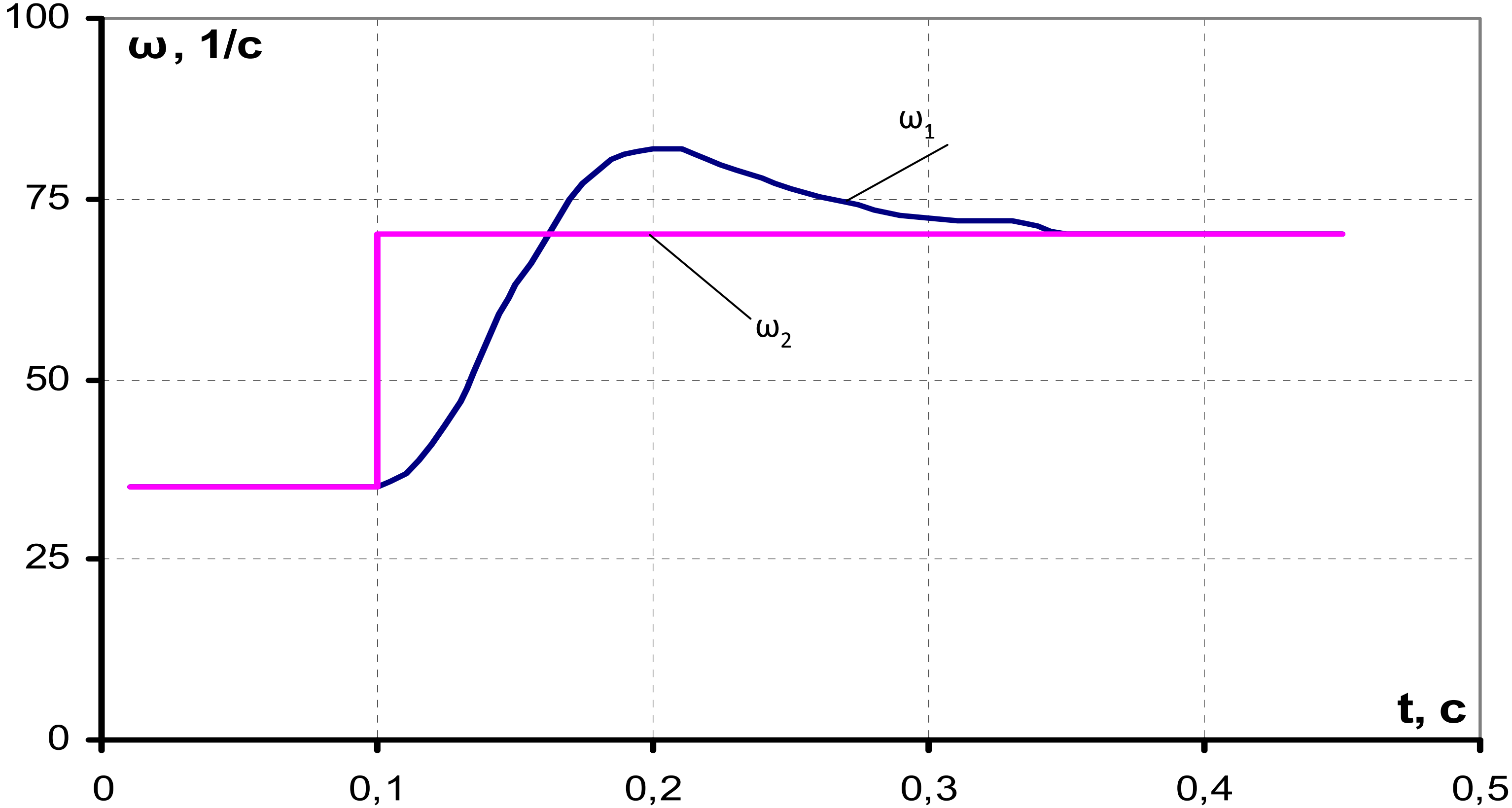


Рис. 8. Управление приводом без ограничения максимальной скорости

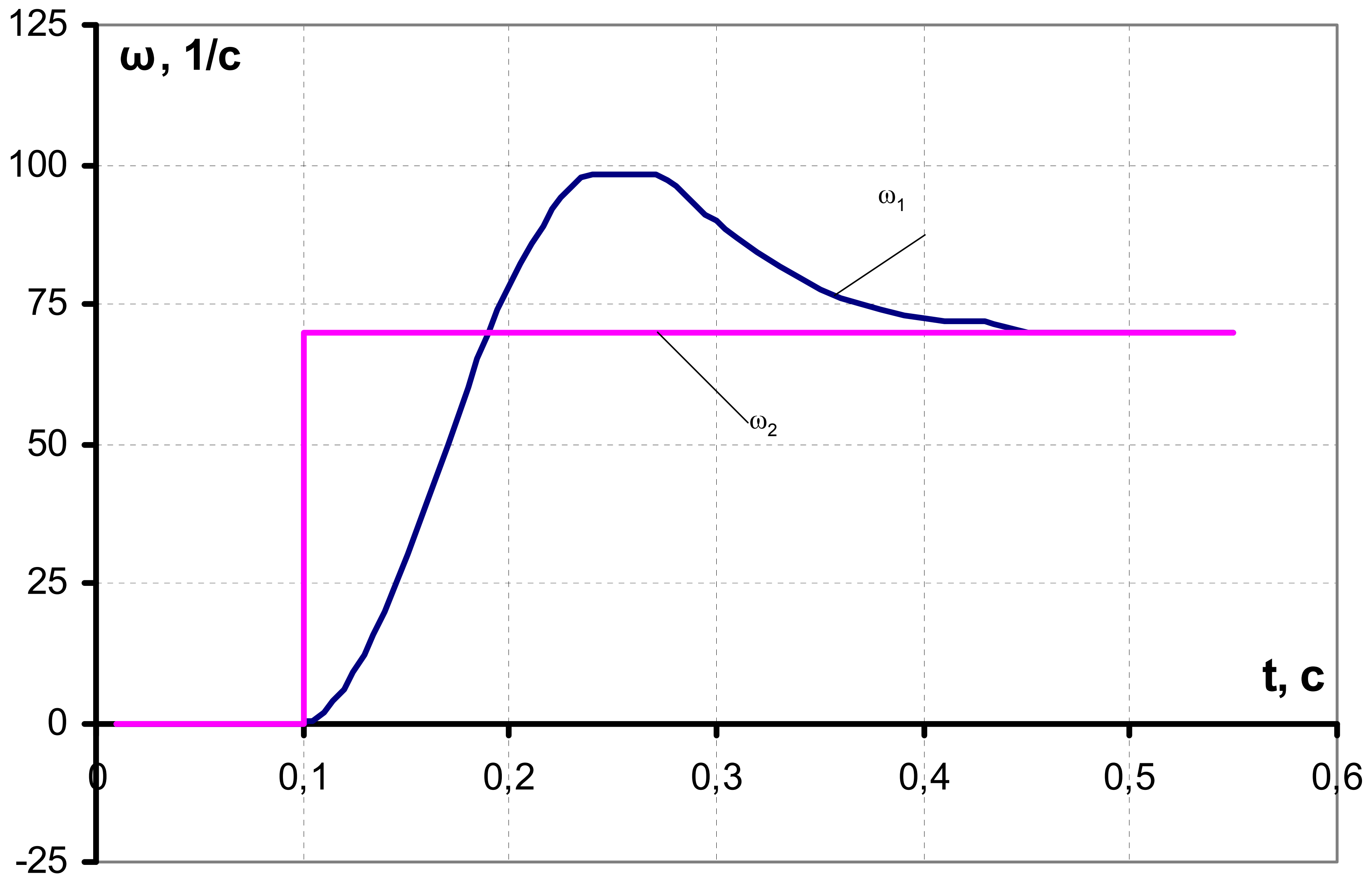


Рис. 9. Управление приводом со скорости $\omega_1 = 0$ *до* $\omega_2 = 70$ *рад/с. с ограничением максимальной скорости*

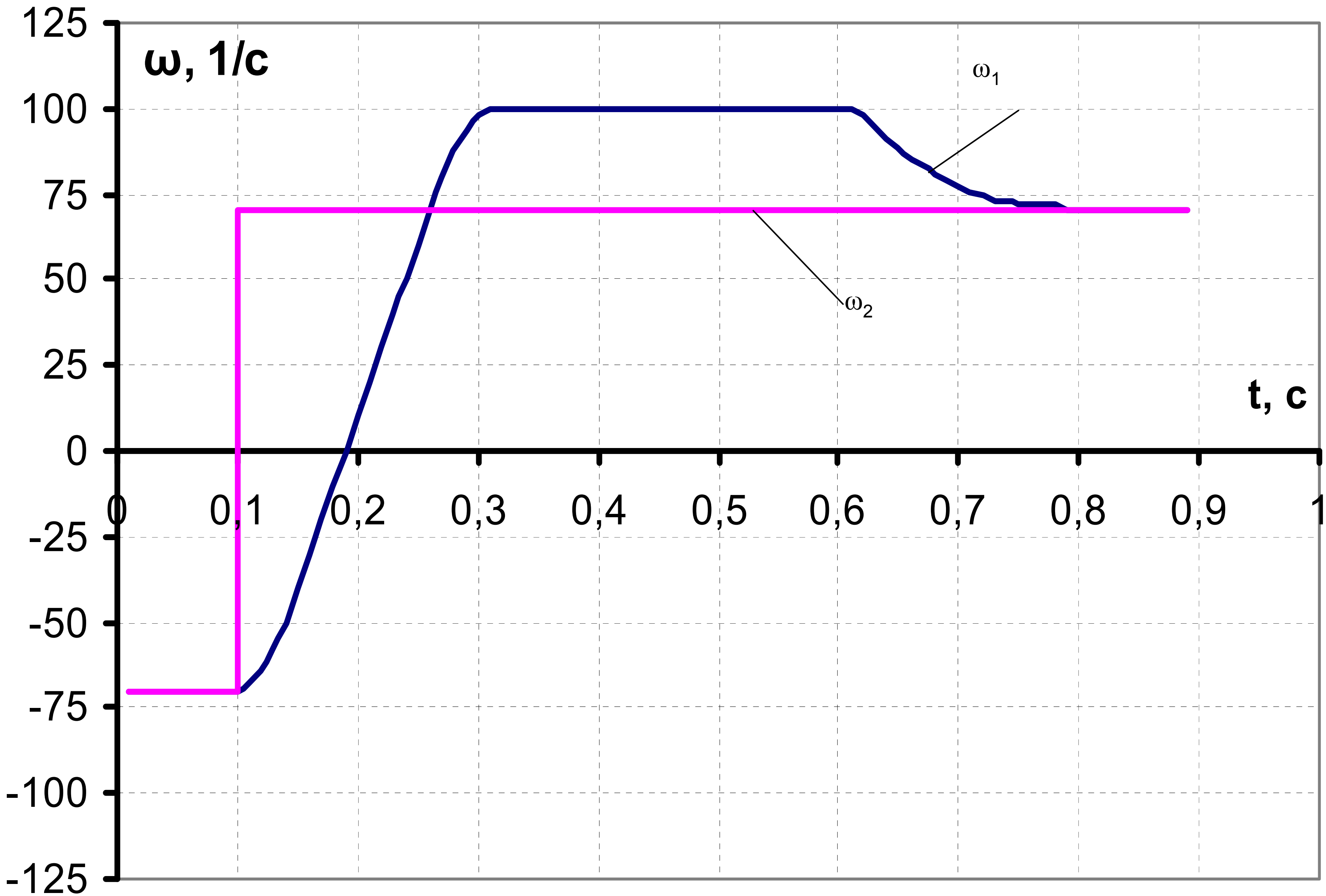


Рис. 10. Управление приводом со скорости $\omega_1 = -70$ *рад/с.* *до* $\omega_2 = 70$ *рад/с.* *с ограничением максимальной скорости*