

Задача идентификации параметров математических моделей оборудования магистральных нефтепроводов и методы ее решения

Светлаков Анатолий Антонович
Главный специалист отдела научно-
исследовательских работ
ЭлеСи

Потребности в математических моделях оборудования МН

Задачи проектирования новых МН

- Расположение НПС по трассе МН
- Расчет характеристики трубопровода
- Выбор МНА
- Расчет емкостей и характеристики РП
- Расчет пропускной способности МН

Задачи управления эксплуатируемыми МН

- Расчет потерь напора на ЛУ
- Расчет затрат энергии, потребленной НА, НПС, МН
- Оптимизация режимов перекачки
- Прогнозирование и гашение волн давления

Перечень видов технологического оборудования МН

Группы оборудования МН	Наименование видов оборудования МН
Оборудование линейных участков (ЛУ) МН	<ul style="list-style-type: none">• Магистральные трубопроводы.• Отводы.• Тройники.• Лупинги.• Запорная арматура: задвижки, обратные клапаны, вантузы.
Оборудование нефтеперекачивающих станций (НПС) МН	<ul style="list-style-type: none">• Магистральные насосные агрегаты (МНА).• Подпорные насосные агрегаты (ПНА).• Технологические трубопроводы.• Запорная арматура.• Регулирующая арматура: регуляторы давления, клапаны регулирующие, дроссельные заслонки.
Оборудование резервуарных парков (РП) МН	<ul style="list-style-type: none">• Резервуары.• Запорная арматура.• Технологические трубопроводы.

Математические модели оборудования МН

Вид оборудования МН	Математическая модель оборудования МН
Участок трубы	<p>Модель потерь напора на сопротивлении участка трубы между сечениями 1-2 трубопровода (формула Дарси-Вейсбаха):</p> $h_{1-2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2) = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$ <p>где p_1, p_2 – давления в сечениях 1 и 2, соответственно, Па; ρ – плотность нефти, кг/м³; z_1, z_2 – высотные отметки сечений 1 и 2, м; λ – безразмерный коэффициент гидравлического трения; L – протяженность участка трубы, м; d – внутренний диаметр трубопровода, м; $v = \frac{4Q}{\pi d^2}$ – скорость движения жидкости в трубопроводе, м/с; Q – объемный расход жидкости, м³/с; $g = 9,81$ м/с² – ускорение свободного падения; $\pi = 3,14$.</p>

Математические модели оборудования МН

Вид оборудования МН	Математическая модель оборудования МН
Задвижка	<p>Модель потерь напора на сопротивлении задвижки:</p> $h = \zeta \frac{v^2}{2g}.$ $\zeta = \frac{A}{\text{Re}} + \zeta_{\text{кв}},$ <p>где A – коэффициент, зависящий от вида запорного устройства; Re – число Рейнольдса; $\zeta_{\text{кв}}$ – коэффициент сопротивления в квадратичной области течения. $\zeta_{\text{кв}} = f(h_{\text{зад}} / D_0).$ Здесь $h_{\text{зад}} / D_0$ – степень открытия задвижки; D_0 – диаметр проходного сечения задвижки при полном открытии. $h_{\text{зад}}$ – высота открытия задвижки.</p>

Математические модели оборудования МН

Вид оборудования МН	Математическая модель оборудования МН
Тройник	<p>Модель потерь напора на сопротивлении тройника:</p> $h = \zeta \frac{v^2}{2g},$ <p>где v – средняя скорость перед разделением или после слияния потоков. Для определения потерь в боковой ветви используется коэффициент ζ_1, а в прямом участке ζ_2.</p> $\zeta_1 = \begin{cases} f(\alpha, Q_1/Q_2, d, d_1, d_2), & \text{при слиянии потоков;} \\ f(\beta, Q_1/Q_2, d, d_1, d_2), & \text{при разделении потоков.} \end{cases}$ $\zeta_2 = \begin{cases} f(\alpha, Q_1/Q_2, d, d_1, d_2), & \text{при слиянии потоков;} \\ f(\beta, Q_1/Q_2, d, d_1, d_2), & \text{при разделении потоков.} \end{cases}$ <p>α – угол слияния потоков; β – угол разделения потоков; Q_1 – расход в боковой ветви; Q_2 – расход в прямом участке; d – диаметр прямого участка после слияния или до разделения потоков; d_1 – диаметр боковой ветви; d_2 – диаметр прямого участка.</p>

Математические модели оборудования МН

Вид оборудования МН	Математическая модель оборудования МН
Отвод	<p>Модель потерь напора на сопротивлении отвода:</p> $h_m = \zeta \frac{v^2}{2g}$ <p>Модель общего коэффициента сопротивления ζ отвода:</p> <p>$\zeta = \zeta_m + \zeta_{тр}$, где ζ_m – коэффициент местного сопротивления;</p> $\zeta_{тр} = \frac{\lambda l}{D_0}$ – коэффициент сопротивления трения отвода. <p>D_0 – диаметр отвода; l – длина дуги по оси отвода.</p> <p>Коэффициент местного сопротивления отводов определяется по формуле предложенной Г.Н. Абрамовичем.</p> $\zeta_m = A_1 B_1 C_1,$ <p>Здесь A_1 – коэффициент, учитывающий влияние угла δ изогнутости отвода;</p> <p>B_1 – коэффициент, учитывающий влияние относительного радиуса $R_0 / D_0 (R_0 / b_0)$ закругления отвода; R_0 – радиус закругления отвода; C_1 – коэффициент, учитывающий влияние относительной вытянутости поперечного сечения отвода a_0 / b_0 в данном случае $C_1 = 1,0$.</p> $A_1 = \begin{cases} 0.9 \sin \delta, & 0 < \delta < 70^\circ; \\ 1.0, & \delta = 90^\circ; \\ 0.7 + 0.35 \delta / 90^\circ, & \delta > 100^\circ. \end{cases} \quad B_1 = \begin{cases} \frac{0,21}{(R_0 / D_0)^{0,25}}, & R_0 / D_0 (R_0 / b_0) < 1,0; \\ B_1 = \frac{0,21}{\sqrt{R_0 / D_0}}, & R_0 / D_0 (R_0 / b_0) \geq 1,0. \end{cases}$

Математические модели оборудования МН

Вид оборудования МН	Математическая модель оборудования МН
Насос	<p>$H_0 = a_0 + a_1Q + a_2Q^2$ - напорная характеристика; a_0, a_1, a_2 - коэффициенты напорной характеристики; Q – подача насоса;</p> $H = H_0 \left(\frac{n}{n_0} \right)^2,$ <p>где n_0 - номинальная частота вращения [об/мин]; n - частота вращения ротора насоса, отличная от номинальной частоты вращения; H - развиваемый напор при частоте вращения ротора n.</p> <p>$N_0 = b_0 + b_1Q + b_2Q^2 + b_3Q^3$ - мощностная характеристика; b_0, b_1, b_2, b_3 – коэффициенты мощностной характеристики.</p> $N = N_0 \left(\frac{n}{n_0} \right)^3$ <p>$\eta = c_0 + c_1Q + c_2Q^2 + c_3Q^3$ - КПД характеристика; c_0, c_1, c_2, c_3 – коэффициенты КПД характеристики</p>

Модели, определяющие коэффициент гидравлического сопротивления λ в формуле Дарси-Вейсбаха

Авторы формул	Аналитический вид формул	Область применения формул
Стокс, Пуазель	$\lambda = 64/Re$, где $Re = vD/\nu$ – число Рейнольдса; v – средняя по сечению скорость; D – диаметр; ν – кинематическая вязкость жидкости.	$Re < 2000$ Применяется при перекачке вязких нефтей
Блазиус	$\lambda = 0,3164/\sqrt[4]{Re}$	$3000 < Re$ Зона гладкого трения (применяется при перекачке нефтей средней вязкости)
Кольбрук, Уайт	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{\varepsilon}{7,4D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \right)$, где $\varepsilon = \frac{2l}{D}$ – относительная шероховатость; l – абсолютная шероховатость.	$0,55 \cdot 10^6 \leq Re \leq 10^7$ Переходная зона
Бунчук	$\lambda = 0,14 \sqrt{\frac{a}{D} + \frac{100}{Re}}$, где $a = 0,46K$; K – «эквивалентная шероховатость» труб, величина которой определяется путем гидравлических испытаний ($K = 0,05 - 0,15$ – для новых труб; $K = 0,2 - 0,5$ – после непродолжительной эксплуатации)	При $Re \leq 2000$ ламинарный режим. При $Re \geq 3000$ турбулентный режим. При $2000 < Re < 3000$ (переходный режим) Переходное значение $Re_1 = 59,5/\varepsilon^{1,143}$ зона смешанного трения $\lambda = f(Re, \varepsilon)$
Альтшуль А.Д.	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,04 \lg \left[\frac{2,82}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{K}{2,5D} \right]$	
АК «Транснефть»	$\lambda = B + \frac{1,7}{\sqrt{Re}}$, где B зависит от диаметра трубопровода	$Re \geq Re^*$ значение Re^* зависит от диаметра трубопровода
Альтшуль А.Д.	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{D}{K_s} + 1,14$, где K_s – гидравлическая шероховатость ($K_s/K_0 = 0,1 \div 10$)	Вполне шероховатые трубы

Математическая постановка задачи построения статических математических моделей оборудования МН

$$y = y(x, \mathbf{a}), \quad (1)$$

где $\mathbf{a} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ – неизвестный n -мерный вектор параметров модели.

$$x_i, y_i, i = \overline{1, m}. \quad (2)$$

Здесь x_i и y_i – заданные значения входа x и соответствующие им значения выхода y объекта, а $m \geq n$ – конечное натуральное число.

$$y(x_i, \mathbf{a}) \approx y_i, i = \overline{1, m}, \quad (3)$$

где $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ – искомый n -мерный вектор, являющийся оценкой неизвестного нам вектора \mathbf{a} и, как нам хотелось бы, удовлетворяющий приближенному равенству

$$\mathbf{a} \approx \mathbf{a}. \quad (4)$$

Алгоритм решения систем уравнений

$$\mathbf{B}\mathbf{a} \approx \mathbf{y}. \quad (5)$$

Здесь \mathbf{y} – m -мерный вектор, составленный из имеющихся в (1) значений y_i , $i = \overline{1, m}$, а

\mathbf{B} – прямоугольная $(m \times n)$ – матрица известных коэффициентов b_{ij} определяемых равенствами

$$b_{ij} = b_{ij}(x_i), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (6)$$

где $b_{ij}(x_i)$ – известные функции значений x_i и причем такие, что при любом i они являются некоторыми функциями только одного значения x_i .

$$\mathbf{a} = \mathbf{B}^+ \mathbf{y}. \quad (7)$$

Здесь \mathbf{B}^+ – прямоугольная $(n \times m)$ – матрица, псевдообратная к матрице \mathbf{B} .

Псевдорешение \mathbf{a}_+ обладает следующими двумя свойствами:

$$\mathbf{a}_+ = \arg \min \{ \|\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{a}\| : \mathbf{B}\mathbf{a} \approx \mathbf{y} \};$$

$$\mathbf{a}_+ = \arg \min \{ \|\mathbf{a}\| : \mathbf{B}\mathbf{a} = \mathbf{y} \}, \quad (8)$$

где $\|\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{a}\|$ и $\|\mathbf{a}\|$ – евклидовы нормы векторов $\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{a}$ и \mathbf{a} .

Решение задачи идентификации напорной характеристики НА

Пусть имеются измерения

$$x_i = q_i \text{ и } y_i = h_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (9)$$

где q_i – i -е значения подачи, h_i – соответствующее ему значение напора; m – количество измерений величин q и h .

$$\tilde{h}(q) = a_0 + a_1 \cdot q + a_2 \cdot q^2 + \dots + a_n \cdot q^n. \quad (10)$$

$$\text{а) } \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & q_1 & q_1^2 & q_1^3 & \dots & q_1^n \\ 1 & q_2 & q_2^2 & q_2^3 & \dots & q_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & q_m & q_m^2 & q_m^3 & \dots & q_m^n \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \mathbf{h} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_m \end{pmatrix} \text{ и } \text{в) } \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Составим систему линейных алгебраических уравнений относительно вектора \mathbf{a}

$$\mathbf{Qa} \approx \mathbf{h}. \quad (12)$$

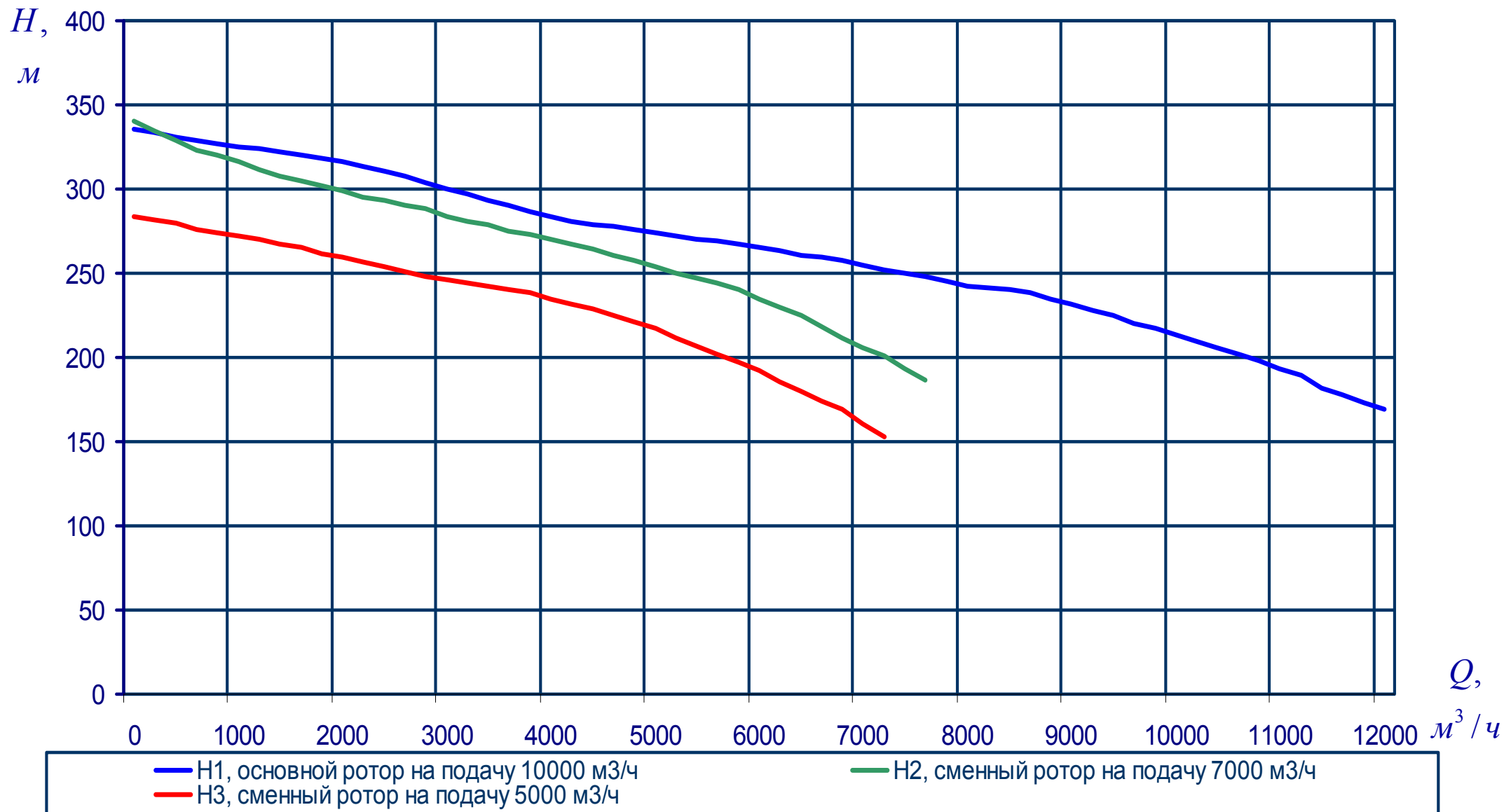
$$\mathbf{a} = \mathbf{Q}^+ \mathbf{h}. \quad (13)$$

где \mathbf{Q}^+ – псевдообратная к \mathbf{Q} матрица.

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(h_i - \tilde{h}_i \right)^2}, \quad (14)$$

где $\tilde{h}_i = \tilde{h}_i(q_i)$ – значение аппроксимирующего полинома (10), вычисленное при значении q_i .

Напорные характеристики насоса НМ 10000-210



Результаты аппроксимации напорной характеристики НМ10000-210

Таблица 1 - Результаты аппроксимации напорной характеристики НМ10000-210 (основной ротор)

n	s	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	4.1780e+001	3.4005e+002	-1.2896e-002	-	-	-	-
2	3.3258e+001	3.3315e+002	-9.3909e-003	-2.9205e-007	-	-	-
3	1.9944e+001	3.4132e+002	-1.7916e-002	1.4988e-006	-9.9490e-011	-	-
4	1.3133e+001	3.3643e+002	-9.1051e-003	-1.8694e-006	3.3949e-010	-1.8291e-014	-
5	9.5264e+000	3.3343e+002	-6.2619e-004	-6.9794e-006	1.4888e-009	-1.2646e-013	3.6057e-018

Таблица 2 - Результаты аппроксимации напорной характеристики НМ10000-210 (сменный ротор на подачу 7000 м³/ч)

n	s	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	3.1468e+001	3.3745e+002	-1.7893e-002	-	-	-	-
2	2.4182e+001	3.3078e+002	-1.2480e-002	-7.1217e-007	-	-	-
3	4.0800e+000	3.3943e+002	-2.7106e-002	4.1620e-006	-4.2756e-010	-	-
4	4.0641e+000	3.3957e+002	-2.7504e-002	4.4050e-006	-4.7773e-010	3.3005e-015	-
5	4.0089e+000	3.3981e+002	-2.8665e-002	5.5300e-006	-8.7980e-010	6.3180e-014	-3.1516e-018

Проблемы, затрудняющие математические постановки задач параметрической идентификации моделей оборудования МН

- ❑ Неоднозначность параметризации математических моделей различных видов оборудования МН.
- ❑ Отсутствие в настоящее время результатов сравнений различных параметризаций данных моделей.
- ❑ Многообразии численных методов и алгоритмов решения данной задачи и отсутствие в настоящее время каких-либо рекомендаций по их использованию в тех или иных конкретных условиях.

Пути устранения проблем затрудняющих математические постановки задач параметрической идентификации моделей оборудования МН

- ❑ создать банк математических моделей каждого из видов оборудования МН.
- ❑ провести исследования наиболее популярных численных методов решения обсуждаемой задачи и ранжировать их по предпочтительности применения для решения данной задачи.

Спасибо за внимание

Компания ЭлеСи

Россия, 634021, г. Томск, ул. Алтайская, 161а.

Тел.: (3822) 499-200. Факс: (3822) 499-900.

www.elesy.ru elesy@elesy.ru